

Devoir de Synthèse n°2

Algorithmique et Programmation

Exercice 1 : (3.5 pts)

Soit l'algorithme de la fonction suivante avec N est un entier ≥ 1 :

0) DEF FN Quoi (A : entier, N : entier) : Entier

1) $R \leftarrow 1$

Tant que (N > 0) faire

Si (N MOD 2 = 0) alors

$A \leftarrow \text{carré}(A)$

$N \leftarrow N \text{ DIV } 2$

Sinon

$R \leftarrow R * A$

$N \leftarrow N - 1$

Finsi

Fin Tant que

2) Quoi $\leftarrow R$

3) Fin Quoi.

Questions :

- 1- Exécuter manuellement l'algorithme de la fonction Quoi pour les valeurs suivantes :
 - A = 2 et N = 5
 - A = 3 et N = 4
- 2- En déduire le rôle de cette fonction.
- 3- Proposer un autre algorithme (autre méthode) donnant le même résultat.

Exercice 2 : (3.5 pts)

Soit la suite U définie pour tout $n \geq 0$ par :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = 1 ; U_1 = 2 \\ \text{si } n \text{ impaire alors } U_n = U_{n-1} + U_{n-2} \\ \text{sinon } U_n = U_{n-1} - U_{n-2} + 2 \end{array} \right.$$

Questions :

- 1) Calculer les termes U_3 et U_4 .
- 2) Écrire l'analyse d'un module qui permet de calculer le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite U.
- 3) En déduire l'ordre de récurrence de cette suite.

Exercice 3 : (3 pts)

Un entier long est dit divisible par 27 si la règle suivante est vérifiée :

- À partir du chiffre de l'unité de N, composer des blocs de trois chiffres (le nombre de chiffres du dernier bloc pourra être inférieur à 3).
- Calculer la somme des blocs.
- Tant que la somme obtenue n'est pas inférieure ou égale à 1000, recommencer les traitements précédents.
- Si la dernière somme obtenue est divisible par 27 alors N l'est aussi.

Écrire l'analyse d'un module qui vérifie si un entier long N donné est divisible par 27 ou non.

Exemples :

❖ Pour $n = 14348907 \rightarrow 907 \ 348 \ 14 \rightarrow S=1269 \rightarrow 269 \ 1 \rightarrow S=270$ Est divisible par 27

❖ Pour $n = 11002013 \rightarrow 013 \ 002 \ 11 \rightarrow S=26 \rightarrow$ N'est pas divisible par 27

Exercice 4 : (4 pts)

Une coupe $C[i..j]$ d'un tableau T est une suite d'éléments consécutifs $T[i], T[i+1], \dots, T[j]$, où $1 < i < j < n$.

Cette coupe est un **palindrome** si elle est égale à la coupe obtenue en prenant ses éléments à l'envers.

Exemple : pour le tableau T suivant :

14	7	9	-4	8	5	1	5	8	-4	-9	25	16	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Le coupe $C [4..10]$ est une coupe palindrome.

Question :

- 1) Écrire une analyse d'une fonction qui permet de vérifier si une coupe d'un tableau donné est palindrome ou non.
- 2) Écrire un algorithme d'une procédure qui permet de trier un tableau selon la méthode de tri par insertion.

Exercice 5 : (6 pts)

Soit M la matrice carrée d'ordre n , représentant le triangle de Pascal suivant :

1 ^{ère} ligne	→	1	1	1	1	1	1
		1	2	3	4	5	
		1	3	6	10		
1 ^{ère} colonne	↓	1	4	10			
		1	5				
		1					
							6 ^{ème} diagonale

La $n^{\text{ème}}$ diagonale de ce triangle de Pascal détermine les coefficients du développement de $(a+b)^n$.

Le principe de remplissage des lignes de M est le suivant :

- ✓ La 1^{ère} ligne est composée de 1.
- ✓ La 1^{ère} colonne est composée de 1.
- ✓ Un élément quelconque de M est calculé en faisant la somme de ses deux prédécesseurs l'un se trouve sur la même ligne et l'autre sur la même colonne.

On se propose d'écrire un programme qui permet de remplir les lignes d'une matrice carrée M ($n \times n$, avec $3 < n < 10$) puis d'afficher les coefficients de la $n^{\text{ème}}$ diagonale.

Bon courage

